

Statystyka i rachunek prawdopodobieństwa
Prawdopodobieństwo warunkowe. Wzór Bayesa.

12.04.2010 r.

Zad. 1 Wyznacz wzór na prawdopodobieństwo warunkowe $P(A|B)$ jeżeli:

- a) A i B są niezależne b) $A \subset B$ c) $A = \Omega$

Zad. 2 Wiedząc, że w rodzinie posiadającej dwoje dzieci jedno z nich jest chłopcem, oblicz jakie jest prawdopodobieństwo tego, że drugie dziecko też jest chłopcem. Zakładamy, że częstość występowania chłopców i dziewcząt jest taka sama.

Zad. 3 Przypuśćmy, że 5 mężczyzn na 100 i 25 kobiet na 10000 nie rozróżnia kolorów. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że:

- a) losowo wybrana osoba nie rozróżnia kolorów?
b) losowo wybrana osoba nie rozróżniająca kolorów jest mężczyzną?

Zakładamy, że częstość występowania kobiet i mężczyzn w badanej populacji jest jednakowa.

Zad. 4 Wykonujemy pomiary trzema przyrządami z których jeden jest rozregulowany. Przy wykonaniu pomiaru sprawnym przyrządem prawdopodobieństwo otrzymania błędnego wyniku (przekraczającego tolerancję) wynosi $\frac{3}{100}$. Dla przyrządu niesprawnego prawdopodobieństwo to wynosi $\frac{3}{10}$. Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że wynik pomiaru losowo wybranym przyrządem

- a) jest błędny (przekracza tolerancję),
b) który przewyższył tolerancję został wykonany niesprawnym przyrządem.

Zad. 5 Test na rzadką chorobę, którą dotknięta jest średnio jedna osoba na 1000, daje tak zwaną fałszywą pozytywną odpowiedź u 5% zdrowych (u chorego daje zawsze odpowiedź pozytywną). Jaka jest szansa, że osoba, u której test dał odpowiedź pozytywną, jest faktycznie chora?

Zad. 6 Wiadomo, że 5% studentów umie odpowiedzieć na wszystkie pytania egzaminacyjne, 30% umie odpowiedzieć na 70% pytań egzaminacyjnych, 40% umie odpowiedzieć na 60% pytań. Reszta studentów potrafi odpowiedzieć tylko na 50% pytań. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrany student:

- a) odpowie poprawnie na zadane pytanie,
b) zna odpowiedź na wszystkie pytania, jeżeli odpowiedział poprawnie na to jedno pytanie.

Zad. 7 Kanałem łączności nadaje się 3 rodzaje ciągów liter: AAAA, BBBB i CCCC odpowiednio z prawdopodobieństwem 0.4, 0.3 i 0.2. Litery te podlegają niezależnie losowym zakłóceniom. Prawdopodobieństwo poprawnego przesłania pojedynczego znaku podaje tabela:

		sygnał odebrany		
		A	B	C
sygnał nadany	A	0.7	0.2	0.1
	B	0.2	0.7	0.1
	C	0.1	0.1	0.8

Znajdź prawdopodobieństwo odebrania sygnału:

- a) AAAA b) ACAA c) CCCC d) ABCA
e) na wyjściu odebrano sygnał ACAA, jakie jest prawdopodobieństwo, że został on nadany jako AAAA
f) na wyjściu odebrano sygnał AAAA, jakie jest prawdopodobieństwo, że został on nadany jako AAAA.