

Algorytmy

DOKŁADNA NAUKA
WARZENIA PIWA.

WEDŁUG METODY ŁATWEJ, STWIERDZONEJ
OSMIOLETNIM DOŚWIADCZENIEM.

DO WYNAŁAZKÓW NAYNOWSZYCH
ZASTOSOWANA,

Z PRZYDANEM OPISANIEM APPARATU DO STUDZENIA, ZASTY-
PIĄCEGO ZWYKŁYCH KILKATOKI, ZA POMOCĄ KTÓREGO PI-
WO WRAŻE, W PRZECIĄGU IEDNEJ MINUTY DO TEMPERATURY
WODY STUDZENNEJ OCHŁODZONE BYDŹ MOŻE;

PRZEDSTAWIONA W SPOSÓBIE PRAKTYCZNYM,

PRZEZ KAROLA WILHELMA SCHMIDT,
AUTORA RÓŻNYCH DZIEŁ TECHNOLOGICZNYCH.

PRZEŁOŻONA Z JĘZYKA NIEMIECKIEGO,
DLA UŻYTKU ZIEMIANY POLSKICH.



WARSZAWA.

NAKLAD I Druk N. GLÜCKSBERGA,
KSIĘGARNIA I TYPOGRAFIA KRÖL: WARSZAWA: UNIWERSYT.

1830.

Chambers udziela w swych pismach odmienny spo-
sób robienia Piwa Brunświckiego, odpisany iak twier-
dzi, z pierwotnéj Recepty, zachowywanéj na Ratuszu
miejskim w Brunświku.

Według Recepty téj wziąć należy 200 miarek
zwanych *Kanne* wody, i te tak długo gotować, po-
kąd 1/3 części iéy nie ubędzie. Sypie się potem do
téj wody siedm Szezlów siodu Pszennego i jeden Sze-
fel drobnéj Fasoli; gdy odleie się do beczki dla wy-
robienia, nie należy zapelniać iéy całkowicie, bo sko-
ro fermentacya nastąpi, kładzie się do beczki we-
wnętrznej kory z Sosnińy funtów trzy, pączków Brzo-
zowych i kotków (pączków) Sosnowych po funcie
jednym, trzy garści ziela *Cārdi-Benedicti*, garść je-
dną lub dwie kwiatu zwanego *Sonnenthaublütthe*, *Pim-
pinelli*, *Betoniki*, *Majeranu*, ziela zwanego *Poley* i dzi-
kiego *Tymianku*, każdego pół garści, albo garść ca-
łą, kwiatu *Bzowego* garści dwie, owocu róży polnéj
uncyi 30, utłuczonych. — Po nakładzeniu tych zapraw
do beczki, dolewa się ta do pełności, zaczęm skutkiem
fermentacyi Piwo naciągnie nieco zapachu i smaku,
z zapraw przydanych. — Przy ukończeniu fermentacyi
wybiją się do beczki i0 jay świeżo zniesionych i ta
szpuntuje się. Wę dwa roky dopiero po zaszpuntowa-
niu ściaga się Piwo do picia.

- składniki (dane wejściowe): woda, słód, itd.
- wynik: beczka piwa
- sprzęt: beczka, piwowar (mielcarz)
- przepis: oprogramowanie, algorytm
- instrukcje: dodawanie składników, gotowanie, odlewanie, dolewanie, fermentacja, szpuntowanie

Chambers udziela w swych pismach odmienny sposób robienia Piwa Brunświckiego, odpisany iak twierdzi, z pierwotnéj Recepty, zachowywanéj na Ratuszu mieyskim w Brunświku.

Według Recepty téj wziąć należy 200 miarek zwanych *Kanne* wody, i te tak długo gotować, po- kąd 1/3 części iéy nie ubędzie. Sypie się potem do téj wody siedm Szeflów siodu Pszennego i jeden Sze- fel drobnéj Fasoli; gdy odleie się do beczki dla wy- robienia, nie należy zapełniać iéy całkowicie, bo sko- ro fermentacyia nastąpi, kładzie się do beczki we- wnętrznéj kory z Sosnińy funtów trzy, pączków Brzo- zowych i kotków (pączków) Sosnowych po funcie jednym, trzy garści ziela Cărdi - Benedicti, garść je- dną lub dwie kwiatu zwanego *Sonnenhaublütthe*, Pim- pinelli, Betoniki, Majeranu, ziela zwanego Poley i dzi- kiego Tymianku, każdego pół garści, albo garść ca- łą, kwiatu Bzowego garści dwie, owocu róży polnéj uncyi 30, utłuczonych. — Po nakładzeniu tych zapraw do beczki, dolewa się ta do pełności, zaczém skutkiem fermentacyi Piwo naciągnie nieco zapachu i smaku, z zapraw przydanych. — Przy ukończeniu fermentacyi wybiją się do beczki io jay świeżo zniesionych i ta szpuntuje się. Wę dwa roki dopiero po zaszpuntowa- niu ściaga się Piwo do picia.

ALGORYTM

jednoznacznie zdefiniowany ciąg operacji prowadzący w skończonej liczbie kroków do rozwiązania zadania.

ALGORYTM EUKLIDESA, OK. 300 P.N.E.

algorytm znajdowania największego wspólnego dzielnika (NWD) dwóch liczb całkowitych dodatnich. Uznawany za pierwszy kiedykolwiek wymyślony niebanalny algorytm.

Algorytmy to rozwiązania pewnych zadań - **zadań algorytmicznych**.

SPECYFIKACJA ZADANIA ALGORYTMICZNEGO

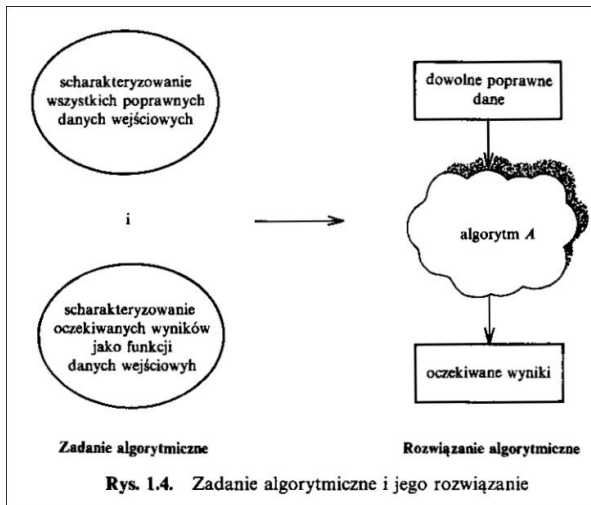
- warunki jakie muszą spełniać dane wejściowe
- określenie oczekiwanych wyników jako funkcji danych wejściowych

Dodatkowe ograniczenia algorytmu, np. dotyczące ilości operacji.

PRZYKŁAD SPECYFIKACJI: ALGORYTM EUKLIDESA

Dane wejściowe: liczby całkowite $x, y > 0$

Wynik: $NWD(x, y)$



CECHY ALGORYTMU

- **skończoność** - ograniczona liczba kroków
- **poprawność** - zgodny ze specyfikacją
- **uniwersalność** - poprawny dla klasy problemów
- **efektywność** - niska złożoność to gwarancja użyteczności
- **określoność** - zrozumiałe polecenia, możliwe do wykonania w jednoznacznej kolejności
- określony stan początkowy i wyróżniony koniec

Ciąg struktur sterujących definiuje kolejność wykonywanych operacji.

- bezpośrednie następstwo: *wykonaj A, potem B*
- wybór warunkowy (rozgałęzienie): *jeśli Q to wykonaj A, w przeciwnym razie wykonaj B*
- iteracja ograniczona: *wykonaj A dokładnie N razy*
- iteracja warunkowa: *dopóki Q, wykonuj A*
- instrukcja skoku: *skocz do G*
- podprogram - wyodrębniony fragment programu, funkcja

Struktury sterujące można dowolnie składać: np. pętle zagnieżdżone. „Nie ma granic złożoności algorytmów”.

- Opis językiem naturalnym
- Lista kroków
- Schematy blokowe
- Pseudo-języki
- Języki wysokiego poziomu

PROBLEM:

znalezienie największej liczby całkowitej dzielącej bez reszty liczby całkowite dodatnie a i b

POMYSŁ:

Zauważmy, że

$$NWD(a, b) = k \implies a = nk, b = mk \implies a - b = (m - n)k$$

Stąd dla $a > b$ zachodzi

$$NWD(a, b) = NWD(a - b, b) = NWD(a - b, a)$$

.

ALGORYTM EUKLIDESA

Dane są dwie liczby całkowite. Odejmij od większej liczby mniejszą liczbę a większą liczbę zastąp uzyskaną różnicą. Powtarzaj tę czynność tak długo aż obie liczby będą równe. Otrzymana liczba jest największym wspólnym dzielnikiem liczb wejściowych.

SPECYFIKACJA

Dane wejściowe: liczby całkowite $a, b > 0$

Wynik: liczba całkowita a stanowiąca największy wspólny dzielnik

LISTA KROKÓW

- 1 jeśli a jest równe b to jest to największy dzielnik
- 2 jeśli $a > b$ to zastąp a wartością $a - b$ i wróć do punktu 1
- 3 jeśli $a < b$ to zastąp b wartością $b - a$ i wróć do punktu 1

Algorytm zakłada istnienie operacji $-$, $=$ (porównanie) oraz $>$.

Stan

Blok graniczny: start, stop, przerwanie, opóźnienie.

Instrukcje

Blok operacyjny: zmiana wartości, postaci lub miejsca zapisu danych.

Decyzja

Blok decyzyjny, rozgałęzienie.

Wejście/
wyjście

Wprowadzanie danych i wyprowadzenia wyników.

Łącznik

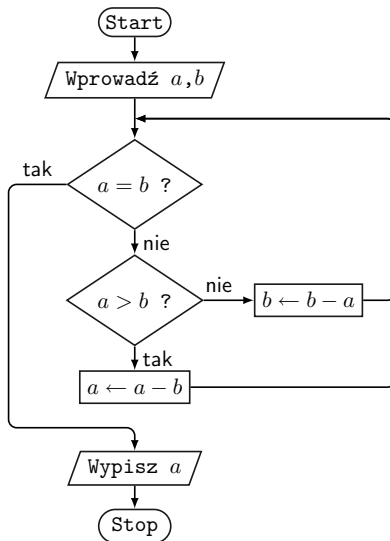
Połączenie z innym fragmentem diagramu.

Podprogram

Wywołanie podprogramu.

PRZYKŁAD: SCHEMAT BLOKOWY

ALGORYTM EUKLIDESA Z ODEJMOWANIEM



Algorytm 1 Algorytm Euklidesa

dopóki $a \neq b$ **wykonuj**

jeżeli $a > b$ **wykonaj**

$a \leftarrow a - b$

w przeciwnym wypadku

$b \leftarrow b - a$

- struktura kodu języka wysokiego poziomu (często Pascal)
- uproszczona składnia na rzecz prostoty i czytelności
- formuły matematyczne, język naturalny, podprogramy
- nie zawiera szczegółów implementacji
 „Dla ludzi, nie dla maszyn”.

```
1  /*  Algorytm Euklidesa.  */
2
3  #include <stdio.h>
4
5  int main()
6  {
7      int a, b;
8
9      printf("Podaj dwie liczby calkowite: ");
10     scanf("%d %d", &a, &b);
11
12     while (a != b)
13         if (a > b) a = a - b;
14         else      b = b - a;
15
16     printf("NWD = %d\n", a);
17
18     return 0;
19 }
```

```
1  program NWD(input,output);  
2  { Algorytm Euklidesa. }  
3  var  
4      A, B : Integer;  
5  begin  
6      Writeln('Podaj dwie liczby calkowite: ');  
7      Readln(a,b);  
8  
9      while a <> b do  
10     begin  
11         if a > b then a := a - b  
12         else b := b - a;  
13     end;  
14     Writeln('NWD = ', a);  
15 end.
```

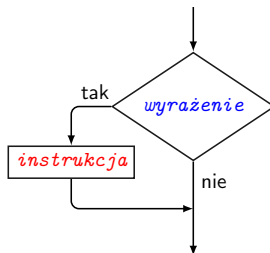
PROGRAM W JĘZYKU FORTRAN 77

```
1      PROGRAM EUCLID1
2  c    Algorytm Euklidesa w jezyku Fortran 77
3
4      WRITE (*,*) 'Podaj dwie liczby calkowite: '
5      READ (*,*) N, M
6
7      DO WHILE ( N .NE. M )
8          IF ( N .GT. M ) THEN
9              N = N - M
10         ELSE
11             M = M - N
12         ENDIF
13     ENDDO
14     WRITE (*,*) 'NWD= ', N
15     END
```

 euclid1.f

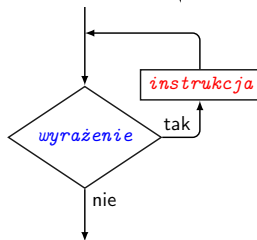
WARUNEK IF (JEŻELI)

```
if ( wyrażenie )  
    instrukcja
```



PĘTLA WHILE (DOPÓKI)

```
while ( wyrażenie )  
    instrukcja
```



- Czy algorytm jest poprawny? Dla jakich danych?
- Problem stopu. Czy algorytm posiada skończoną ilość kroków?
- Efektywność algorytmu. Ile iteracji należy się spodziewać dla różnych danych?

Algorytm 2 Algorytm Euklidesa

1: **dopóki** $b \neq 0$ **wykonuj**
2: $c \leftarrow a \bmod b$
3: $a \leftarrow b$
4: $b \leftarrow c$

- wymaga operacji dzielenie modulo oraz $\neq$
- złożoność: dla $a > b \geq 0$ co najwyżej $2 \log_2(a + b)$ iteracji

```
1  #include <stdio.h>
2
3  int main()
4  {
5      int a, b, c;
6
7      printf("Podaj dwie liczby calkowite: ");
8      scanf("%d %d", &a, &b);
9      printf("NWD(%d,%d) = ", a, b);
10
11     while (b != 0)
12     {
13         c = a % b;
14         a = b;
15         b = c;
16     }
17     printf("%d\n", a);
18
19     return 0;
20 }
```

- **Podprogram** - funkcja lub procedura, wydzielona część programu, która może być wielokrotnie użyta
- ekonomiczność - ujednolica powtarzające się bloki programu - mniej kodowania
- przejrzystość, nawet przy złożonych i obszernych algorytmach
- podprogram staje się nową instrukcją elementarną
w języku C brak wbudowanych funkcji, tylko `main()`
- uproszczenie problemu poprzez rozbiecie na mniejsze pod-problemy
 - programowanie zstępujące (*top-down*)
 - programowanie wstępujące (*bottom-up*)
- podprogram uruchamiający sam siebie - rekurencja

```
1  int nwd(int a, int b)
2  {
3      int c;
4      while (b != 0)
5      {
6          c = a % b;
7          a = b;
8          b = c;
9      }
10     return a;
11 }
```

 euclid3.c

```
1  int nwd(int a, int b)
2  {
3      if (b == 0) return a;
4      return nwd(b, a % b);
5  }
```

 euclid3rekurencja.c

Algorytm 3 Sortowanie przez wybieranie (selection sort)

Dane wejściowe: ciąg n liczb $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$

Wynik: uporządkowany ciąg $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$

1: $i \leftarrow 1$

2: **dopóki** $i < n$ **wykonuj**

3: $k \leftarrow \text{minind}(\{a_i, a_{i+1}, \dots, a_n\})$

▷ Podprogram

4: $a_i \longleftrightarrow a_k$

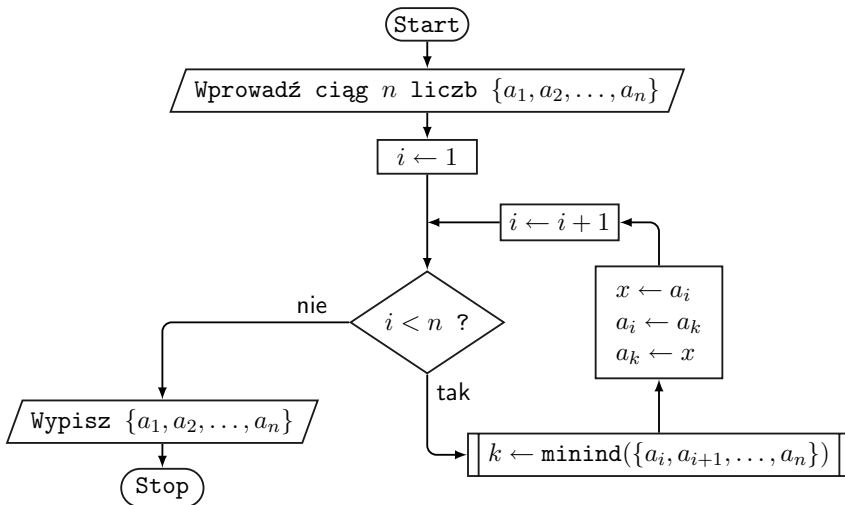
5: $i \leftarrow i + 1$

`minind()` wyszukuje indeks elementu o najmniejszej wartości.

Wizualizacja algorytmów sortowania:  AlgoRythmics

PRZYKŁAD: SCHEMAT BLOKOWY

SORTOWANIE PRZECZ WYBIERANIE



ZŁOŻONOŚĆ OBLICZENIOWA

liczba operacji wykonywanych przez algorytm. Zazwyczaj wyznaczana względem ilości danych lub ich rozmiaru.

Ile operacji wymaga ...

- porównanie dwóch liczb całkowitych?
- obliczenie $NWD(a, b)$?
- znalezienie pewnego elementu wśród N elementów?
- ile operacji wymaga posortowanie listy N elementów?
- Problem komiwojażera: znalezienie najkrótszej drogi łączącej wszystkie miasta?

PROBLEM TSP

TRAVELLING SALESMAN PROBLEM



Tabela 1.1. Czasy znalezienia przez komputer, wykonujący 100 miliardów operacji na sekundę, najkrótszej trasy podróży premiera (zob. ćwiczenie 1.3)

Liczba województw	Czas znajdowania najkrótszej trasy
17	3.5 minuty
25	$2 \cdot 10^5$ lat
49	$4 \cdot 10^{42}$ lat

Rysunek 1.1. Najkrótsza trasa premiera przebiegająca przez wszystkie miasta wojewódzkie w podziale administracyjnym z 1975 roku (A. Adrabiński)

[1] M.M. Sysło, „Algorytmy”

PROBLEMY O „ROZSĄDNYCH” ROZWIĄZANIACH

PROBLEMY P I NP

$\begin{matrix} N \\ \text{Funkcja} \end{matrix}$	10	50	100	300	1000
$5N$	50	250	500	1500	5000
$N \times \log_2 N$	33	282	665	2469	9966
N^2	100	2500	10 000	90 000	1 milion (7 cyfr)
N^3	1000	125 000	1 milion (7 cyfr)	27 milionów (8 cyfr)	1 miliard (10 cyfr)
2^N	1024	liczba 16-cyfrowa	liczba 31-cyfrowa	liczba 91-cyfrowa	liczba 302-cyfrowa
$N!$	3,6 miliona (7 cyfr)	liczba 65-cyfrowa	liczba 161-cyfrowa	liczba 623-cyfrowa	niewyobrażal- nie duża
N^N	10 miliardów (11 cyfr)	liczba 85-cyfrowa	liczba 201-cyfrowa	liczba 744-cyfrowa	niewyobrażal- nie duża

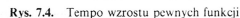
Dla porównania: liczba protonów w znanym wszechświecie ma 126 cyfr,
liczba mikrosekund od „wielkiego wybuchu” ma 24 cyfry.

Rys. 7.3. Niektóre wartości pewnych funkcji

[2] D. Harel, *Rzecz o istocie informatyki. Algorytmika.*

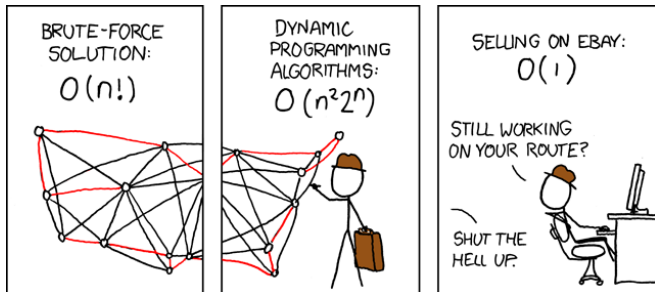
PROBLEME P 1 NP

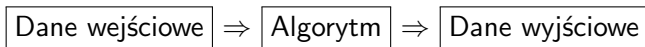
- $$\log N, \quad N, \quad N \log N, \quad N^7 + N^3 + 2$$



Rys. 7.4. Tempo wzrostu pewnych funkcji

PROGRAMOWANIE PROCEDURALNE





Reprezentacja danych kształtuje algorytm!

- zmienne: liczby, znaki, $a = 3$
- tablice, wektory, listy, $a[3]=3$
- tablice wielowymiarowe, tablice tablic, $a[3,3]=3$ $a[3][3]=3$
- rekordy, struktury, $a.b=3$ $a.c='a'$
- kolejki, stosy, drzewa
- pliki, bazy danych

Złożoność pamięciowa algorytmu - miara ilości wykorzystanej pamięci

OD PROBLEMU DO ROZWIĄZANIA

- analiza problemu
- specyfikacja zadania:
 - dopuszczalny zestaw danych wejściowych
 - pożądane wyniki jako funkcja danych wejściowych
- algorytm - rozwiązanie zadania
- poprawność algorytmu:
 - względem specyfikacji
 - problem stopu
 - efektywność (złożoność): „*Każda akcja zajmuje czas!*”
- implementacja algorytmu $\Rightarrow$ program

-  Maciej M. Sysło, „*Algorytmy*”, WSiP, Warszawa, 2002.
-  D. Harel, *Rzecz o istocie informatyki. Algorytmika.*, WNT, Warszawa, 1992.
-  Fulmański Piotr, Sobieski Ścibór, „*Wstęp do informatyki*”, Uniwersytet Łódzki, 2004